

Prezime, ime, br. indeksa: _____

Studijski program **E1** **E2** **PR** **SW** **IT** **IN** (zaokruži) **KOLOKVIJUM 1**

U svakom zadatku dato je više odgovora, a treba zaokružiti broj ili brojeve ispred tačnih odgovora. U jednom istom zadatku broj tačnih odgovora može biti 0,1,2,3,...,svi. U nekim zadacima ostavljena su prazna mesta za upisivanje odgovora.

- Pri deljenju polinoma $x^4 + 4x^2 - 5$ sa $x^2 - 1$ nad \mathbb{R} , količnik je $x^2 + 5$, a ostatak je 0 .
- Zaokružiti brojeve ispred tvrdjenja koja su tačna u svakoj Bulovoj algebri $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$:
 ① $a'(a')' = a'a$ ② $a' \cdot a' = 0$ ③ $a \cdot 0' = (a')'$ ④ $1 + a = 0'$ ⑤ $(a \cdot b)' = (a' + b)'$
- Ako je $z \in \mathbb{C}$, upiši nedostajući element u četvorčlanom skupu $z^4 = \frac{1+i}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow z \in \left\{ e^{i\frac{\pi}{16}}, e^{i\frac{9\pi}{16}}, e^{-i\frac{15\pi}{16}}, e^{-i\frac{7\pi}{16}} \right\}$
- Odrediti realni i imaginarni deo, moduo, argument, i konjugovani broj kompleksnog broja $z = -5 - i$:
 $Re(z) = -5$, $Im(z) = -1$, $|z| = \sqrt{26}$, $arg(z) = \arctan \frac{1}{5} - \pi$, $\bar{z} = -5 + i$
- Iza oznake svake od datih relacija u skupu celih brojeva \mathbb{Z} zaokružiti samo ona slova koja označavaju svojstvo relacije koju ona poseduje: R- refleksivnost S- simetričnost A- antisimetričnost T- tranzitivnost, F- funkcija.
 \leq : (R) (S) (A) (T) (F) $<$: (R) (S) (A) (T) (F) \equiv_5 definisana sa $x \equiv_5 y \Leftrightarrow 5|(x-y)$: (R) (S) (A) (T) (F)
- $arg(e^{i\frac{3\pi}{2}}) = -\frac{\pi}{2}$, $arg(e^{-3i\pi}) = \pi$, $arg(\frac{\pi}{2}) = 0$, $z \neq 0 \Rightarrow arg(|z^9|) = 0$, $arg(7e^{4i}) = 4 - 2\pi$, $arg(-3e^{i\frac{\pi}{7}}) = -\frac{6\pi}{7}$
- Zaokružiti brojeve ispred sirjektivnih funkcija: ① $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 3$ ② $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^4$
 ③ $f: (-\infty, 3] \rightarrow (-1, \infty)$, $f(x) = x^2$ ④ $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, \infty)$, $f(x) = e^{x^3}$ ⑤ $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, \infty)$, $f(x) = e^{x^2}$
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred struktura koje su grupe.
 ① $(\mathbb{N}, +)$ ② (\mathbb{N}, \cdot) ③ $(\mathbb{R}, +)$ ④ (\mathbb{R}, \cdot) ⑤ $(\{-1, 1\}, \cdot)$ ⑥ $(\{(0, \infty), \cdot\})$
- Zaokružiti broj (ili brojeve) ispred jednakosti koje su tačne u skupu kompleksnih brojeva:
 ① $z\bar{z} = |z|^2$ ② $Re(z) = \frac{1}{2}(z + |z|)$ ③ $Im(z) = \frac{1}{2}(z - |z|)$ ④ $\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$ ⑤ $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$
 ⑥ $\bar{z} \in \mathbb{R} \Rightarrow z = \bar{z}$ ⑦ $\overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$ ⑧ $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ ⑨ $z \neq 0 \Rightarrow z^{-1} = |z|^{-2} \bar{z}$ ⑩ $|z| = 1 \Rightarrow z^{-1} = \bar{z}$
- Ako su P i Q polinomi, $P + Q \neq 0$ i $dg(P) = 2$ i $dg(Q) = 2$, tada je $dg(PQ) \in \{4\}$ i $dg(P+Q) \in \{2, 4, 0\}$
- Ako je $z_1 \neq w$, $z_2 \neq w$, $z_1 \neq 0$ i $z_2 \neq 0$, tada važi:
 ① $arg z_1 = arg z_2 \Leftrightarrow \frac{z_1}{|z_1|} = \frac{z_2}{|z_2|} \Leftrightarrow (\exists k \in \mathbb{R}^+) \overrightarrow{Oz_1} = k \overrightarrow{Oz_2}$ ② $arg(z_1 - w) = arg(z_2 - w) \Leftrightarrow \frac{z_1 - w}{|z_1 - w|} = \frac{z_2 - w}{|z_2 - w|}$
 ③ $(\exists k \in \mathbb{R}^+) \overrightarrow{wz_1} = k \overrightarrow{wz_2} \Leftrightarrow \frac{z_1 - w}{|z_1 - w|} = \frac{z_2 - w}{|z_2 - w|}$ ④ $(\exists k \in \mathbb{R}^+) \overrightarrow{wz_1} = k \overrightarrow{wz_2} \Leftrightarrow arg(z_1 - w) = arg(z_2 - w)$
- ⑤ Množenjem kompleksnog broja realnim pozitivnim brojem argument se ne menja.
- ⑥ Brojevi iz \mathbb{C} koji pripadaju istoj polupravoj koja ishodi iz koordinatnog početka imaju jednake argumente.
- ⑦ Množenje broja $z \in \mathbb{C}$ realnim brojem k je homotetija sa centrom $O(0,0)$ i koeficijentom k tj. $H_{O,k}(z)$.
- ① $\{z | arg z > 0\} = \{z | Im(z) > 0\} \cup \mathbb{R}^-$ ② $\{z | arg z \geq 0\} = \{z | Im(z) \geq 0\} \setminus \{0\}$
 ③ $\{z | -\frac{\pi}{2} < arg z < \frac{\pi}{2}\} = \{z | Re(z) > 0\}$ ④ $\{z | -\frac{\pi}{2} \leq arg z \leq \frac{\pi}{2}\} = \{z | Re(z) \geq 0\} \setminus \{0\}$
 ⑤ $\{z | -\frac{\pi}{2} < arg z \leq \frac{\pi}{2}\} = \{z | Re(z) > 0\} \cup \{xi | x > 0\}$ ⑥ $\{z | -\frac{\pi}{2} \leq arg z < \frac{\pi}{2}\} = \{z | Re(z) > 0\} \cup \{xi | x < 0\}$
- Funkcija $f: (-\pi, -\frac{\pi}{4}) \rightarrow (-1, \frac{1}{\sqrt{2}})$ definisana sa $f(x) = \cos x$ je:
 ① sirjektivna i nije injektivna ② injektivna i nije sirjektivna ③ nije injektivna i nije sirjektivna ④ bijektivna
- Funkcija $f: (\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}) \rightarrow (0, 1]$ definisana sa $f(x) = \sin x$ je:
 ① sirjektivna i nije injektivna ② injektivna i nije sirjektivna ③ nije injektivna i nije sirjektivna ④ bijektivna
- Funkcija $f: (\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{4}) \setminus \{\frac{\pi}{2}\} \rightarrow \mathbb{R}$ definisana sa $f(x) = \operatorname{tg} x$ je:
 ① sirjektivna i nije injektivna ② injektivna i nije sirjektivna ③ nije injektivna i nije sirjektivna ④ bijektivna
- Neka je skup kompleksnih brojeva $A = \{w | w \in \mathbb{C} \wedge w^3 \geq 0\}$. Odrediti sve vrednosti $\varphi \in (-\pi, \pi]$ tako da je $\rho e^{i\varphi} \in A$ za svako $\rho > 0$. $\varphi \in \{0, \pm \frac{2\pi}{3}\}$.
- Neka je $A = \{1, 2\}$ i $B = \{1, 2, 3, 4\}$. Odrediti broj elemenata sledećih skupova funkcija ako $f \nearrow$ označava rastuću funkciju f i $f \nearrow$ označava neopadajuću funkciju f :

$$\left| \{f | f: A \rightarrow B\} \right| = 16, \left| \{f | f: A \xrightarrow{1-1} B\} \right| = 12, \left| \{f | f: A \rightarrow B \wedge f \nearrow\} \right| = 6, \left| \{f | f: B \xrightarrow{na} B\} \right| = 24,$$

$$\left| \{f | f: B \rightarrow A\} \right| = 16, \left| \{f | f: A \xrightarrow{1-1} A\} \right| = 2, \left| \{f | f: B \rightarrow A \wedge f \nearrow\} \right| = 5, \left| \{f | f: A \xrightarrow{na} B\} \right| = 0.$$

U svakom zadatku dato je više odgovora, a treba zaokružiti tačne odgovore tj. slova ili brojeve ispred tačnih odgovora.

U jednom istom zadatku broj tačnih odgovora može biti 0,1,2,3,...,svi. U nekim zadacima ostavljena su prazna mesta za upisivanje odgovora.

- Neka su (a, b) , (a, c) i (b, c) nezavisne uređene dvojke vektora prostora V i neka je $a + b + c \neq 0$. Tada par vektora $(a + b + c, b + c)$ prostora V je: **1)** uvek zavisan **2)** uvek nezavisan **3)** ništa od prethodnog
- Za ravan $\alpha : z = 1$ napisati jedan njen vektor normale $\vec{n}_\alpha = (\quad , \quad , \quad)$ i koordinate jedne njene tačke $A(\quad , \quad , \quad)$
- Za koje vrednosti parametra $a \in \mathbb{R}$ je sistem linearnih jednačina $2x + y = 1 \wedge 4x + ay = a$ nad poljem realnih brojeva: **1)** neodređen: $a = 2$ **2)** određen: $a \neq 2$ **3)** kontradiktoran: \swarrow
- Za vektore $\vec{a} = (-2, 1, 2)$ i $\vec{b} = (1, 4, 8)$ izračunati: **1)** $|\vec{a}| = \underline{\quad 3 \quad}$ **2)** $|\vec{b}| = \underline{\quad 9 \quad}$
3) $\vec{a} - 2\vec{b} = \underline{(-4, -7, -14)}$ **4)** $\vec{a} \cdot \vec{b} = \underline{18}$ **5)** $\vec{a} \times \vec{b} = \underline{(0, 18, -9)}$ **6)** $\cos \angle(\vec{a}, \vec{b}) = \underline{2/3}$

- Koje su od sledećih uređenih n -torki zavisne u vektorskom prostoru \mathbb{R}^3 : **1)** $((0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0))$
2) $((1, 0, 0), (0, -1, 0))$ **3)** $((0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0), (1, 2, 3))$ **4)** $((1, 1, 1), (2, 2, 2), (3, 3, 3))$

• $[-1 \ 1] \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [1 \ 1 \ -1] \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 2 \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -2 \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

- Matrice linearnih transformacija $h(x) = 5x$, $f(x, y) = x + 2y$, $g(x, y, z) = (x, x - y)$ i $s(x, y) = (3x, y)$ su:
 $M_h = [5] \quad M_f = [1 \ 2] \quad M_g = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad M_s = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

- Ispod svake matrice napisati broj koji predstavlja njen rang.
 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -4 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $[2]$ $\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$
3 2 2 1 0 3 1 1 1

- Neka je $\varphi : V \rightarrow \mathbb{R}^3$ definisana sa $\varphi(x_1\vec{i} + x_2\vec{j} + x_3\vec{k}) = (x_1, x_2, x_3)$ tj. $\varphi(\vec{x}) = (\vec{x}\vec{i}, \vec{x}\vec{j}, \vec{x}\vec{k})$, gde su $(V, \mathbb{R}, +, \cdot)$ i $(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}, +, \cdot)$ vektorski prostori slobodnih vektora i uređenih trojki. Da li je funkcija $\varphi : V \rightarrow \mathbb{R}^3$
1) linearna transformacija **2)** injektivna **3)** surjektivna **4)** bijektivna **5)** izomorfizam

- Neka je \mathcal{M} skup svih kvadratnih matrica čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva \mathbb{R} . Tada je:
1) $\det : \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{R}$ **2)** $\det : \mathcal{M} \xrightarrow{1-1} \mathbb{R}$ **3)** $\det : \mathcal{M} \xrightarrow{na} \mathbb{R}$ **4)** $\det : \mathcal{M} \xrightarrow{1-1} \mathbb{R}$

- Neka je \mathcal{M} skup svih matrica čiji svi elementi su iz skupa realnih brojeva \mathbb{R} . Tada je:
1) $\text{rang} : \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{R}$ **2)** $\text{rang} : \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{N}$ **3)** $\text{rang} : \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{N} \cup \{0\}$ **4)** $\text{rang} : \mathcal{M} \xrightarrow{1-1} \mathbb{N} \cup \{0\}$ **5)** $\text{rang} : \mathcal{M} \xrightarrow{na} \mathbb{N} \cup \{0\}$

- Ako je $f(0) = 0$, tada funkcija f : **1)** sigurno jeste linearna transformacija **2)** sigurno nije linearna transformacija **3)** može a ne mora biti linearna transformacija

- Neka je (a_1, a_2, \dots, a_k) nezavisna u prostoru V , (c_1, c_2, \dots, c_n) generatorna za prostor V i $\dim V = m$. Tada je
1) $m \leq k \leq n$ **2)** $n \leq k \leq m$ **3)** $n \leq m \leq k$ **4)** $k \leq m \leq n$ **5)** $k \leq n \leq m$ **6)** $m \leq n \leq k$

- Neka je \vec{r}_M vektor položaja tačke M , $|\overline{MN}| = \ell$. Odrediti \vec{r}_N u zavisnosti od \vec{r}_M , \vec{p} i ℓ , ako je vektor \vec{p} istog pravca kao i vektor \overline{MN} , a suprotnog smera od vektora \overline{MN} . $\vec{r}_N = \vec{r}_M - \ell \cdot \frac{\vec{p}}{|\vec{p}|}$

- Neka je ℓ - torka vektora $(b_1, b_2, \dots, b_\ell)$ baza prostora V i neka je (d_1, d_2, \dots, d_k) zavisna k - torka vektora. Tada je: **1)** $k \leq \ell$ **2)** $\ell \leq k$ **3)** $k = \ell$ **4)** $\ell < k$ **5)** $\ell > k$ **6)** ništa od prethodnog

- U vektorskom prostoru slobodnih vektora, trojka vektora (a, b, c) je:
1) uvek nezavisna, **2)** uvek zavisna, **3)** nekad nezavisna a nekad zavisna. **4)** nikad nezavisna

- Koji od vektora su karakteristični vektori za matricu $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -6 \end{bmatrix}$?
1) $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ **2)** $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ **3)** $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ **4)** ništa od navedenih